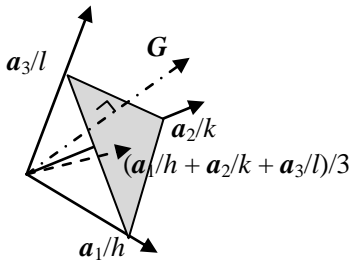


1. ある結晶格子の hkl 面に対して、逆格子ベクトル $\mathbf{G} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$ は垂直であることを示せ。また、隣り合う hkl 面の間隔 d_{hkl} は $d_{hkl} = 2\pi/|\mathbf{G}|$ と表せることも示せ。



hkl 面上の独立な 2 つのベクトルとして、 $\mathbf{a}_1/h - \mathbf{a}_2/k$ 及び $\mathbf{a}_1/h - \mathbf{a}_3/l$ を考え、 \mathbf{G} との内積をとると、 $\mathbf{G} \cdot (\mathbf{a}_1/h - \mathbf{a}_2/k) = \mathbf{G} \cdot (\mathbf{a}_1/h - \mathbf{a}_3/l) = 0$ となるので、 hkl 面に対して逆格子ベクトル $\mathbf{G} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$ は垂直である。

ここで、 $(\mathbf{a}_1/h + \mathbf{a}_2/k + \mathbf{a}_3/l)/3$ は hkl 面上の点を示すベクトルとなっていることを考えると、このベクトルの hkl 面の方線方向成分の大きさが d_{hkl} となる。 $\mathbf{G} = h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3$ が hkl 面に対して垂直であることからその単位ベクトル $(h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3)/|\mathbf{G}|$ を考え、 $(\mathbf{a}_1/h + \mathbf{a}_2/k + \mathbf{a}_3/l)/3$ との内積を取ると

$$d_{hkl} = (\mathbf{a}_1/h + \mathbf{a}_2/k + \mathbf{a}_3/l)/3 \cdot (h\mathbf{b}_1 + k\mathbf{b}_2 + l\mathbf{b}_3)/|\mathbf{G}| = 2\pi/|\mathbf{G}|$$

(他の面上のベクトルとして \mathbf{a}_1/h などとの内積を考えても同じ結果が得られる)

2. 下図はある波長の X 線がある結晶に入射させたときのエバルトの作図である。このとき回折が生じるかどうか、その理由とともに答えよ。もし生じないとき、回折を生じさせるためにはどうすればよいか述べよ。

散乱ベクトル $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$ がどの逆格子 \mathbf{G} にも一致していない (回折条件 $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{G}$ を満たしていない) ので回折は生じない。回折を生じさせるためには、 $\Delta\mathbf{k} = \mathbf{G}$ を満たすように試料を回転させる (試料とともに逆格子も回転する)、あるいは散乱ベクトル \mathbf{k} の大きさ (X 線の波長) を変えることが必要。

