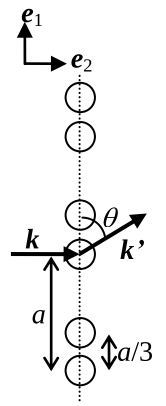
固体物理学Ⅰ　期末テスト　(2011.6.30)　　　　　　　　主専攻　　学籍番号　　　　　　氏名

１．単純立方格子を描き、その (111)面と(201)面を図示せよ。(別々の図として描け。また、基本並進ベクトルを明記せよ。)

２. 右下図のように同種原子が並んだ一次元格子に波長λの波が垂直に入射する場合を考える。$\boldsymbol{e}_1$及び$\boldsymbol{e}_2$は一次元格子に平行及び垂直な単位ベクトルである。

（１）基本単位格子及びそれに対する単位構造を右図の横に図で示せ。



$\boldsymbol{k}$ は入射波、$\boldsymbol{k}'$は散乱波の波数ベクトル

（２）逆格子の基本並進ベクトルを答えよ。

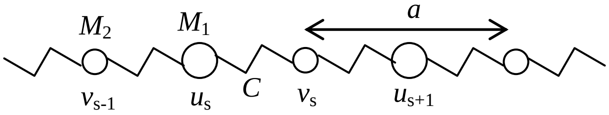
（３）格子周期性による回折が生じるときのλと回折角θとの間に成り立つ関係を答えよ。

（４）構造因子を求め、格子周期性による回折強度が消失する場合があるかどうか答えよ。なお、原子の原子散乱因子を f とする。

３．イオン結晶では正イオンと負イオンがクーロン力で引き合って凝集しているが、接近してくると斥力が大きく働き始め、両イオン間距離にはある平衡値が存在する。斥力が生じる理由をパウリの排他律をキーワードとして 50～100 文字程度で述べよ。

４．質量（但し$M_1 > M_2$）の異なる原子が等しいバネ定数Cのバネで間隔$a/2$にて交互に繋がれた一次元鎖の振動を考える。すべての原子が同じ角振動数ωで定常的に振動しているとき、s番目の質量M_1, M_2の原子の変位は波数Kを用いて$u_s = u \exp i(sKa - \omega t)$、$v_s = v \exp i(sKa - \omega t)$と表わすことができる。

（１）s番目の質量M_1, M_2の原子に対する運動方程式からu, vに対する連立方程式を求めよ。



（２）u, vがともに零とならないためには、$M_1 M_2 \omega^4 - 2C(M_1 + M_2)\omega^2 + 2C^2(1 - \cos Ka) = 0$となる必要がある（この式自身は示さなくてよい)。振動の波長λがaに比べて極めて大きいとき、この式からω^2の近似解としてKに依存しないものとK^2に比例するものが得られる。これらのω^2の具体的な形を求めよ。

５．量子力学から調和振動子のエネルギーは$\varepsilon_n = \hbar\omega(n + 1/2)$となる。ここで$\omega$は角振動数、$n$は零以上の整数、$\hbar$はプランク定数を$2\pi$で割った数である。

（１）温度Tにおいてエネルギーがε_nとなる場合の相対的な割合f_n'がボルツマン分布で与えられるとすると、$f_{n+1}'/f_n' = \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right)$となる。このことから、温度$T$において調和振動子のエネルギーが$\varepsilon_n$となる確率$f_n$がどのように表わされるか答えよ。$k_B$はボルツマン定数である。

（２）プランク分布（温度Tにおけるnの期待値$< n >$）を求めよ。必要ならば$\sum_s^{\infty} x^s = \frac{1}{1-x}$、$\sum_s^{\infty} s x^s = \frac{x}{(1-x)^2}$の関係を用いよ。また、$\hbar\omega > k_B T$としてよい。

（３）$\omega = 10^{13}$ [s^{-1}]とするとき、$\hbar\omega = k_B T$となる温度を概算せよ。但し、$\hbar = 10^{-34}$ [J s]、$k_B = 1.4 \times 10^{-23}$ [J K^{-1}]とする。