量子力学 I 中間テスト　平成 21 年 5 月 27 日　　主専攻　　学籍番号　　氏名

問題Ⅰ　1 次元空間に完全に閉じ込めた質量 m の粒子の運動について考える。プランク定数を 2π で割った数を $\hbar \sim 1\times10^{-34}$[J･s]とする。

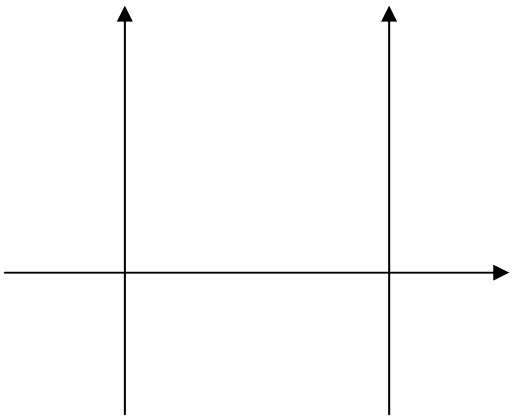
(1) シュレディンガー方程式を答えよ。

(2) 解が満たすべき境界条件を述べよ (物理的説明がない場合に大幅減点)。

(3) 固有関数及びエネルギー固有値を求めよ (導出過程を示さない場合は大幅減点)。

(4) エネルギーの低いほうから3つ目までのエネルギー順位の様子を間隔に注意して図示せよ (量子数も示せ)。

(5) エネルギーの低いほうから3つ目の固有関数を実線で、そのときの粒子の存在確率を破線で図示せよ。



(6) 運動量の二乗に対する期待値を求めよ。

問題Ⅱ　バネ定数 k のバネと質量 m の粒子からなる一次元振動系を量子力学的に考える。ここで、$\omega = \sqrt{k/m}$ とする。

(1) シュレディンガー方程式を答えよ。

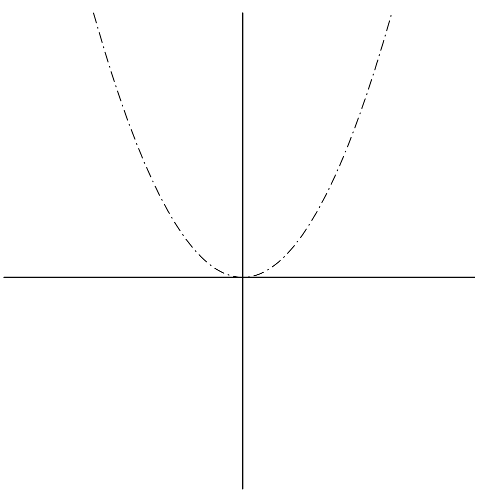
(2) 解が満たすべき境界条件を答えよ(物理的説明がない場合に大幅減点)

(3) $\sqrt{m\omega/\hbar}$ は長さの逆数の単位をもつことを示せ。

(4) 固有関数が次の $u_n(\xi)$ で与えられることを示せ。また、エネルギー固有値を求めよ。$u_n(\xi) = C_n H_n(\xi) e^{-\xi^2/2}$ は微分方程式 $\left(-\dfrac{d^2}{d\xi^2} + \xi^2\right)u(\xi) = \lambda u(\xi)$ の解である。

ここで $H_n(\xi)$ はエルミート多項式(n は零以上の整数)であり、$\lambda = 2n+1$ となる。$H_0(\xi) = 1$、$H_1(\xi) = 2\xi$ であり、漸化式 $H_{n+1}(\xi) = 2\xi H_n(\xi) - 2nH_{n-1}(\xi)$ が成り立つ。

(5) エネルギーが低いほうから3つ目の固有関数を波長や振幅に特に注意して図示せよ(量子数も示せ)。



(6) 同じバネ定数 k で三次元方向に振動可能な調和振動子を考える。一次元の場合の基底状態とエネルギー0との差(大きさを図中に示せ)を単位として、低いほうから3つ目までのエネルギー順位の様子を図示せよ(量子数も示せ)。