第2版　2020/04/16 AM15:15改訂
第3版　2020/04/17 AM8:16改訂

新型コロナウイルス感染者数推移の予測

筑波大学　数理物質系　教授

中村潤児

接触頻度によって著しく変化する感染者数の挙動

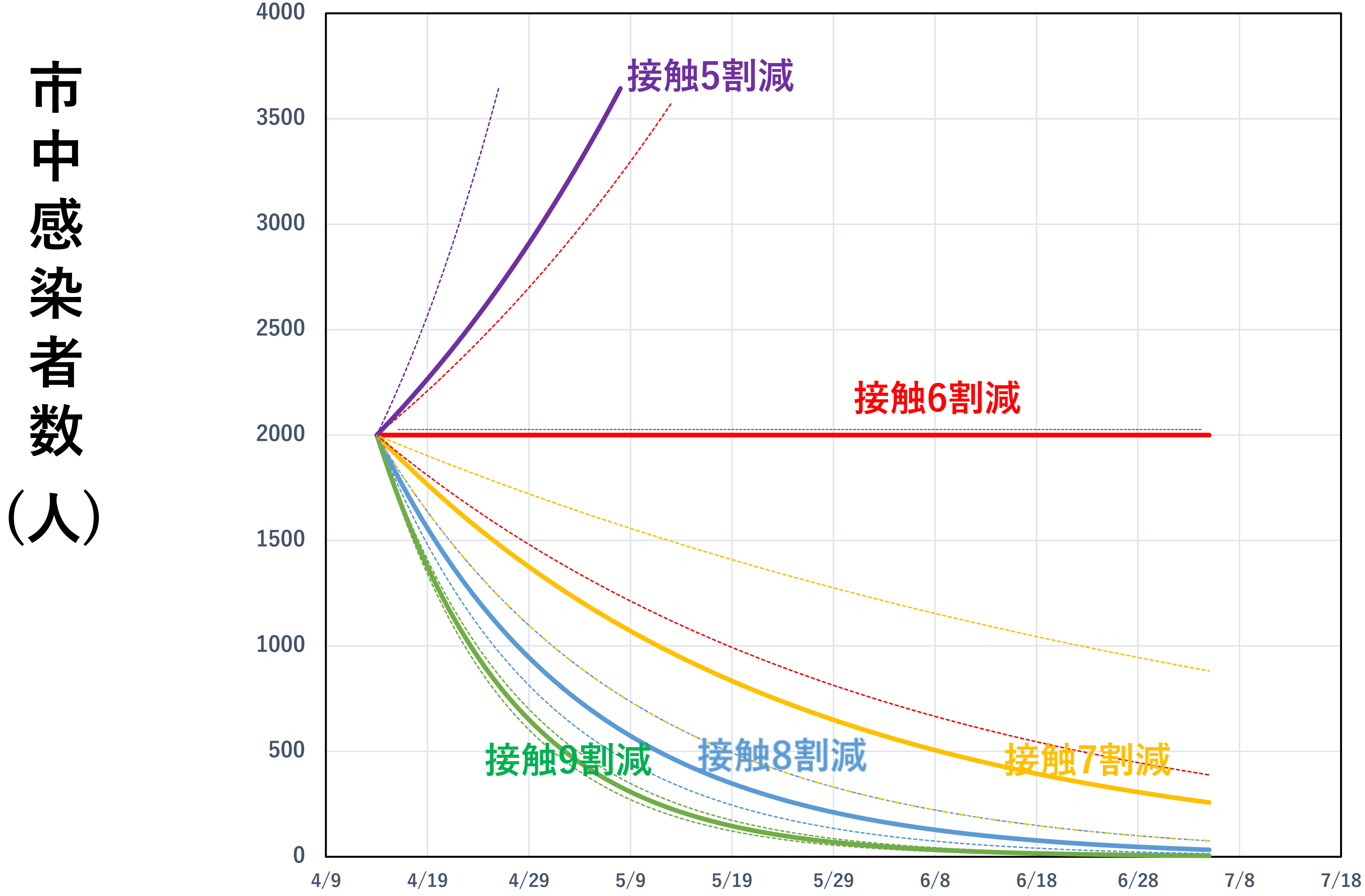


図1

接触割合ごとの3本の線は
感染係数k=0.3, 0.25, 0.2
に相当する

k=0.3 感染予測の最大値
k=0.25 予想値（実線）
k=0.2　感染予測の最小値

市民の皆様へ向けて

単純な式に基づく市中感染者数のシミュレーションを行いました。図1の結果は接触割合で終息時期や増減の挙動が予想できます。単純と言いましても、式が単純なだけで（変数が２つ）、いろいろな意味を含む２変数の測定や解析によって、政策や行動に指針を与える極めて重要な意義があります。以下、エッセンスを述べさせていただきます。より詳細な内容は次ページ以降を参照ください。

市中における感染者数の増減は、感染者が平均して1日に何人に感染させて市中に感染者が増えるか(変数kで評価)と、感染者が病院に収容されたり自然治癒して平均して1日何人が市中から消えるか(変数k'で評価)のバランスで決まります。 kとk'は生成、消滅の係数ですが、同じ単位(1/day)を持ちます。 k =k'ならば感染者数は変化せず、 $k>k'$ならば増加、 $k<k'$ならば減少します。その増減は指数関数変化であり、基準の日の感染者数をNとしますと、t日後の感染者数は$N\exp(k-k')t$となります。k'は感染して市中にいる日数や感染者の検査治療体制で決まりますが、比較的変化はないと予想されます。私のモデルでは一定値0.1としました。一方、kは接触頻度で大きく変化します。マスク・手洗い、社会的距離でもkは変化するとは思いますが、すべての拡大防止要素がkに含まれています。すなわち、政策や市民の努力がkで評価されるということです。私のモデルでは、kは接触頻度に比例すると仮定しました。マスクや社会的距離はすでに市民が気を付けているので大きな変化はないと仮定しました。以上が、感染者数がどのようにして変化するかをscientificに解析する基礎です。

今後、感染者数実データの動向から、仮定した値の妥当性を比較検討することが重要です。すなわち、いろいろな都市や町での感染者の推移からkやk'を解析してゆくことです。接触6割減、接触7割減、接触8割減と言われていますが、市民の行動が変わったときにkがどのように変化していくかをいろいろなケースや地域ごとに解析していきます。それは現在のmobility 測定技術で容易なことです。どのような政治的判断をするか、どのように市民が行動するかは、scientificなデータを見ながら考えるべきと思います。

１．概要

一般の社会人が感染者数の推移をイメージできるように、単純な１次の速度式を用い、感染者・非感染者の接触頻度（接触割合）が感染者数の増減とどのような関係にあるかを解析した。本解析の意義は、接触割合がどれほど感染者数の増減に影響するかを把握するとともに、感染拡大防止のためにどれほど接触割合を減らす努力が必要か、または終息までどれほどの期間を要するかについて、行政および個人が定量的に把握することが可能になる点である。感染者数の増減は基本的に指数関数であるため、感染率のわずかな増減が感染拡大および感染防止に著しく影響することが数値変化によって明示される。

２．基本式

$$\frac{dN}{dt} = kN - k'N = (k - k')N \quad (1)$$

N（人）：市中の感染者数（感染から陽性判明の間に感染させえる感染者の数）
k (1/day): 感染率であり、感染者１人が陽性判明までの間に平均して１日に感染させる人数。単位に人数の次元は入らない。
k'(1/day): 感染者が市中から病院に収容されることによる、市中感染者の減少率。または感染から陽性判明までの期間τ日の逆数（$k' = 1/\tau$）。
t (day): 基準日からの経過日数
(1)式を積分することによって、基準日からの市中感染者数を予想することができる。基準日を４月１４日とし、当日の国内における市中感染者数を2000人(N_0)と仮定した。

$$\int_{N_0}^{N} \frac{1}{N} dN = (k - k')t \quad (2)$$

$$N = N_0 \exp(k - k')t \quad (3)$$

３．用いた変数　(k, k')

外務省HPの日本国内の感染者推移（図２）からN_0, k, k'を目算した。図２の累積感染者数N'のデータを用いて、LnN' vs tの傾きからみかけの感染率定数k'''を求めたところ、$k''' \fallingdotseq 0.1$ と求められた。感染者が回復すること を考慮すると、このk''''の値は感染率kよりも小さいことになる。また、k''''の値は$k - k'$に近い値と予想される。そこで、まず、k'を感染させえる能力のある感染者（activeな感染者）が市中に滞在する日数(τ)から予想することにした。WHOによると潜伏期間は1~14日（一般的には5日）とされている。軽症および重症の場合とも5~7日は風邪の症状であり、重症の場合症状が悪化するのは10日とのことである。したがってactiveな感染者の滞在日数を10日間程度と予想される。そこで、$k' = 0.1$とした（$k'=1/\tau$）。$k' < 0.1$もあり得るが、今後の感染者数推移と接触頻度との関係を解析することにより、k'の値がより精確に求まるであろう。

次に k'''の値であるが、3つのケースを仮定した。１つは感染拡大を最大に予想するケースで、$k''' = k - k'$を0.2、$k = 0.3$、$k = 0.1$とした。2つ目はより現実的に起こり得るケースであり、感染拡大と共にk自身が非線形的に増加することを想定し、$k - k' = 0.15$ とした。最後に、$k - k' = 0.1$と図2の増大カーブの値を仮定した。3月末には既にある程度外出自粛も始まっていたので、$k - k' = 0.1$という値は感染拡大を過小評価している可能性が高い。したがって、実際には、$k - k' = 0.15$ に近いところで推移すると予想する。

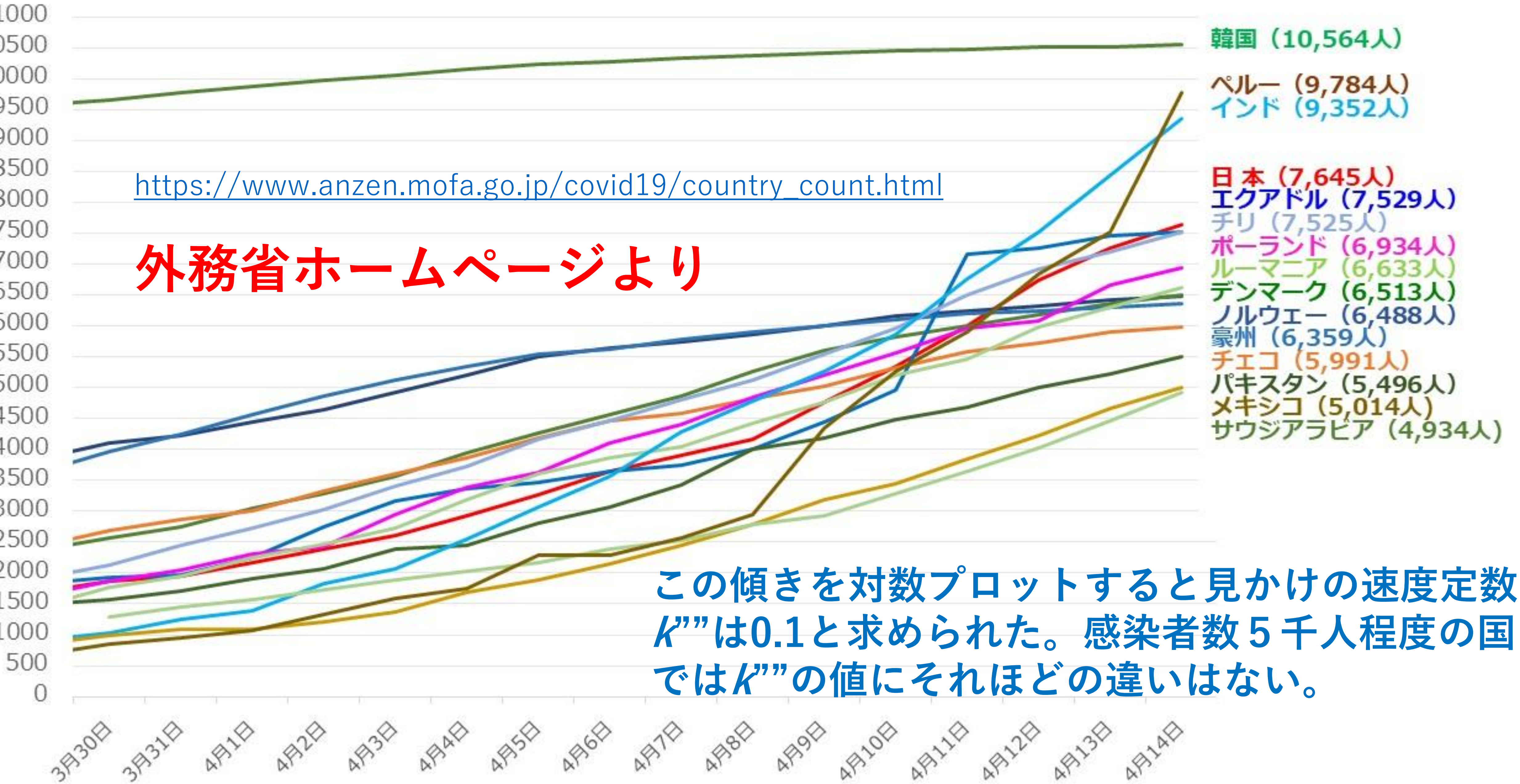
kは接触頻度によって変化する。本解析では、kは接触頻度に比例すると仮定した。

図１は、４月１４日を基準日とした結果である。この日の市中感染者数は測定できないため、累積感染者数と最近の感染者数増加傾向から予測することになる。N_0すなわち４月１４日現在の市中感染者を 2000人と仮定した。これは４月１４日までの累積感染者数７６４５人、４月１０日から１４日までの増加数約2000人から、任意の数として仮定したものである。市中には1万人の感染者がいるかもしれない。その場合でも、図1の傾向は変化しない。すなわち、感染者数増減はkとk'の2変数に支配されるからである。

図２　国別感染者数の推移（累積）③

（上位21～35位（日本を含む））

出典：各国政府発表



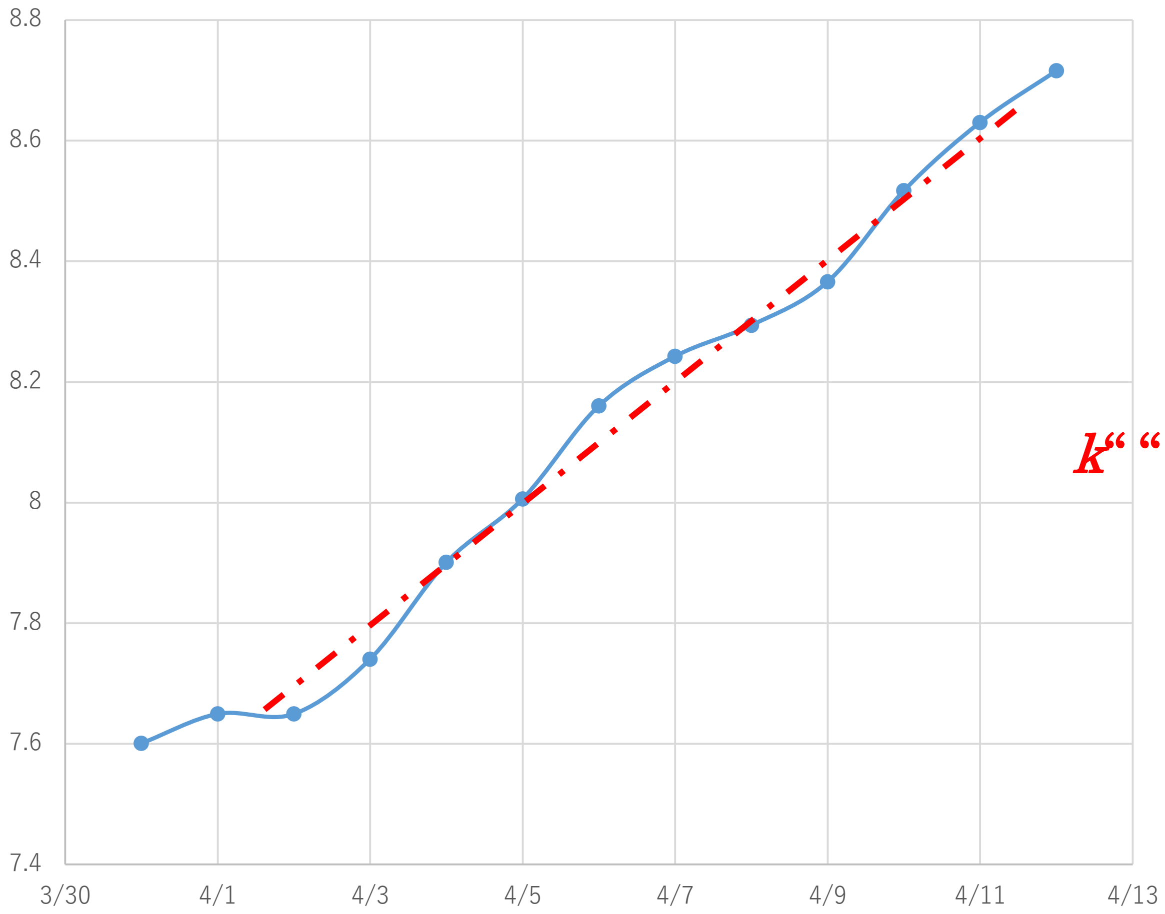
https://www.anzen.mofa.go.jp/covid19/country_count.html

外務省ホームページより

この傾きを対数プロットすると見かけの速度定数k'''は0.1と求められた。感染者数５千人程度の国ではk'''の値にそれほどの違いはない。

図３　　みかけの感染速度定数k'''の決定

Ln N



k'' = Slope = 0.1 (day^{-1})

Day

N:国内累積感染者数

４．用いた基本式の妥当性

(4)式は古くから知られるケルマック–マッケンドリック式で短期的な伝染病の感染モデリングに用いられる式である（参考文献1,2)。現在、新型コロナウイルスの感染は初期段階であるのでケルマック–マッケンドリック式が妥当であると思われる。$S(t)$、 $I(t)$、$R(t)$はそれぞれ感受性人口（感染する可能性を有する）、感性人口（感染させる能力を有する）、隔離された人口である。 ßは感染率に対応する。

$$dS(t)/dt = -\beta S(t)\, I(t) \quad dI(t)/dt = \beta S(t)\, I(t) - \gamma I(t) \quad dR(t)/dt = \gamma I(t) \qquad (4)$$

本解析と基本的にケルマック–マッケンドリック式と同等である。流行初期の段階において、感受性人口は大きく変化しないので一定値とおける。したがって、 $dS(t)/dt = -\beta S(t)\, I(t)$は無視し得る。
$dI(t)/dt = \beta S(t)\, I(t) - \gamma I(t)$ が、(1)式と対応し、感染者数と感染率（定数）に比例して感染者数は増加するが、隔離されることによって感染者数は減少する。すなわち、(1)式のkおよび k'は、 $\beta S(t)$ およびγ に対応する。ケルマック–マッケンドリック式において 接触割合に比例して$S(t)$およびß$S(t)$ が減少することは、本解析の(1)で 接触割合に比例してkが減少することと同じ意味である。

5. 結論

・接触6割減にしたところで、感染の進行による市中感染者増大速度と、入院隔離による感染者減少速度がほぼ釣り合うのみであり、感染者はいつまでたってもなくならない。

・接触６割減を境にして、5割減では感染者数が急激に増加し、また7割減、 8割減になると急激に減少する。すなわち、接触頻度の小さな変化が感染者数の増減に敏感に反映することがわかる。

・感染者数の時間変化は指数関数e^xで表され、$x=(k-k')t$ と簡単な式で表され、増減はk とk'の2変数で表される。

・増減は指数関数e^xで表されるため、接触8割減、5割減などということは、xの中のkが0.2倍、0.5倍に変化することを意味するので、指数関数の性質によって感染者数が大きく変化するのは当然である。

・8割減でも感染者数が20分の１になるためには約2か月を要する。

・図1の結果は、感染症数理モデルの専門である北海道大学・西浦教授の結果と傾向が同じである。すなわち、少なくとも接触８割減が強く求められる。$k=0.25$の場合のデータが比較的西浦教授のデータとよく一致する。

・今後、新規感染者数と図１を比較することによって、外出自粛の効果がどれほどあるかがわかる。国民が科学的に理解し行動するために図1は有益であると思われる。

参考文献：１．稲葉　寿「微分方程式と感染症数理疫学」数理科学　NO. 538, APRIL 1-7 (2008)

２．西浦 博、稲葉 寿　「感染症流行の予測：感染症数理モデルにおける定量的課題」
統計数理　第 54 巻第2 号 461-480 （2006）